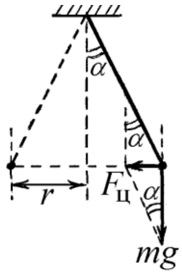
ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2022-2023 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
11 класс

Вариант 1

Задание №1

Дано: l = 1 м ($l = const$); α = 50 градусов; g = 10 м/с^2; π = 3,14
Найти: v
Перевод исходных данных в СИ: α = 50 градусов = 5·π/18 рад



Решение: Из рисунка видно, что величина центростремительного ускорения шарика равна $F_ц = m \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha$. Радиус орбиты, по которой вращается шарик, равен $r = l \cdot \sin\alpha$.
Fц $= m \cdot a_ц = m \cdot v^2/r$, поэтому $m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha$, разделив обе части равенства на m получим:

$$\frac{v^2}{l \cdot sin\alpha} = g \cdot \mathrm{tg}\alpha, \text{ откуда}$$

$$v^2 = l * sin\alpha \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha.$$

Величина скорости шарика равна

$$v = (l \cdot sin\alpha \cdot g \cdot \mathrm{tg}\alpha)^{\frac{1}{2}}, \text{ т.к. } \mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \text{ то}$$

$$v = sin\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot g}{cos\alpha}\right)^{1/2}$$

подставляем в полученную формулу исходные данные
$v = sin\alpha \cdot \left(\frac{l \cdot g}{cos\alpha}\right)^{1/2}$= 0,766 · (1·10/0,643)$^{1/2}$ = 3,02 (м/с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 3 м/с.

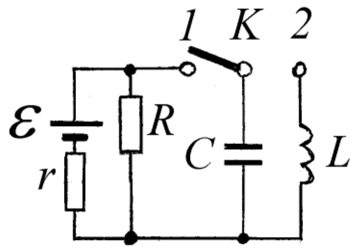
Ответ: v = 3 м/с

Задание №2

Дано: ε = 60 В; r = 2 Ом; R = 10 Ом; C = 100 мкФ; L = 2,5 мГн

Найти: I_m

Перевод исходных данных в СИ: C = 100 мкФ = 10^{-4} Ф; L = 2,5 мГн = $2,5 \cdot 10^{-3}$ Гн



Решение: Когда ключ K находится в положении 1, то сила тока в цепи равна $I = \varepsilon/(r + R) = 60/(2 + +10) = 5$ (А). Вычислим напряжение на сопротивлении $U_R = I \cdot R = 5 \cdot 10 = 50$ (В), оно равно напряжению на конденсаторе U_C. После переключения ключа K в положение 2 в колебательном контуре LC начнутся электромагнитные колебания. По закону сохранения энергии максимальная электрическая энергия равна максимальной магнитной энергии $W_{\text{электрическая}} = W_{\text{магнитная}}$, т.е. $C \cdot \frac{U_c^2}{2} = L \cdot \frac{I_m^2}{2}$, таким образом

$C \cdot U_c^2 = L \cdot I_m^2$, поэтому

$$I_m = U_c \cdot (\frac{C}{L})^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу цифровые данные

$I_m = U_c \cdot (\frac{C}{L})^{\frac{1}{2}} = 50 \cdot (\frac{10-4}{2,5} \cdot 10^{-3})^{1/2} = 10$ (А). Представить полученный результат необходимо в виде целого числа, поэтому I_m = 10 А.

Ответ: I_m = 10 А

Задание №3

Дано: t_1 = 27 градусов Цельсия; t_2 = 50 градусов Цельсия; p_1 = 100000 Па; ρ = 1000 кг/м^3

Найти: v

Перевод исходных данных в СИ: t_1 = 27 градусов Цельсия = 300 К; t_2 = 50 градусов Цельсия = 323 К

Решение: Т.к. $\Delta p = \rho \cdot \frac{v^2}{2}$, то $v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}}$. Уравнение Менделеева-Клапейрона имеет вид $p * V = \left(\frac{m}{\mu}\right) \cdot R \cdot T$. Объем, масса и молярная масса в данной задаче остаются постоянными, поэтому $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$ и

$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$=100000 $\cdot \frac{323}{300}$ = = 107667 (Па). $\Delta p = p_2 - p_1$ = 107667 – 100000 = 7667 (Па). Таким образом v = =$(2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot \frac{7667}{1000}/)^{\frac{1}{2}} = 3{,}92$ (м/с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 4 м/с.

Ответ: v = 4 м/с

Задание №4

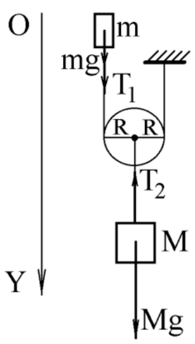
Дано: R_1 = 10 см; R_2 = 20 см; $q_1 = q_2 = q$ = 30 нКл.
Найти: Δq.
Перевод исходных данных в СИ: R_1 = 10 см = 0,1 м; R_2 = 20 см = 0,2 м; $q_1 = q_2$ = 30 нКл = $30 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение: Потенциалы шариков до соединения: $\varphi_1 = k \cdot \frac{q}{R_1}$ / и $\varphi_2 = k \cdot \frac{q}{R_2}$, т.к. $R_1 < R_2$, то $\varphi_1 > \varphi_2$ и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2, а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1. Пусть q_1° - заряд 1-го шарика после соединения, а q_2° - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда $q_1{}^o + q_2{}^o = 2 \cdot q$, поэтому $q_2{}^o = 2q - q_1^\circ$. Т.к. $\varphi_1{}^o = \varphi_2{}^o$, то $k \cdot \frac{q_1{}^o}{R_1} = k \cdot (\frac{2*q - q_1{}^o}{R_2})$, откуда $q_1{}^o = 2 \cdot q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$. Поэтому $\Delta q = q_1 - q_1{}^o = q - 2 \cdot q \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = q * \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$. Подставим численные значения $\Delta q = 30 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}2 - 0{,}1}{0{,}2 + 0{,}1} = 10 \cdot 10^{-9}$ (Кл) = 10 (нКл).

Ответ: Δq = 10 нКл.

Задание №5

Дано: m = 1 кг, M = 6 кг, g =10 м/с^2.
Найти: a.
Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.



Решение: Пусть ось ОУ направлена вертикально вниз. По второму закону Ньютона для грузика m: $m \cdot g + T_1 = m \cdot a_1$. Для груза M: $M \cdot g - T_2 = M \cdot a_2$. Пусть радиус невесомого блока равен R и ускорение блока (и груза M) равно a. Тогда $a_2 = a$ и $a_1 = 2 \cdot a$. Пусть $T_1 = T$, тогда $T_2 = 2 \cdot T$. С учетом вышеизложенного уравнения для грузов примут вид:

$m\cdot g + T = m\cdot 2\cdot a$ и $M\cdot g - 2\cdot T = M\cdot a$. Из первого уравнения найдем $T = m\cdot 2\cdot a - m\cdot g$ и подставим это выражение во второе уравнение

$$M\cdot g - 2\cdot(m\cdot 2\cdot a - m\cdot g) = M\cdot a,\ \text{т.е.}\ a = g\cdot\frac{M + 2\cdot m}{M + 4\cdot m}.$$

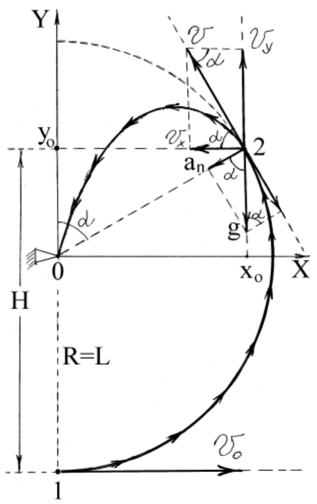
Подставив полученное значение для a в первое уравнение, найдем выражение для натяжения нити $T = \frac{g\cdot M\cdot m}{M + 4\cdot m}$. Подставляем в полученную формулу для a исходные данные

$a = g\cdot\frac{M + 2\cdot m}{M + 4\cdot m} = 10\cdot\frac{6 + 2\cdot 1}{6 + 4\cdot 1} = 8$ (м/с^2).

Ответ: a = 8 м/с^2.

Задание №6

Дано: L = 1 м; g = 10 м/с^2.
Найти: v_0.
Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.



Решение: Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. $L = R$ – это радиус траектории движения в начале движения. О – точка подвеса и начало осей ОХ и ОУ. x_0 – координата по оси ОХ точки 2, y_0 – координата по оси ОУ точки 2. Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то:

$x = x_0 + v_0x\cdot t + ax\cdot\frac{t_2}{2}$ и $y = y_0 + v_0y\cdot t + + ay\cdot\frac{t_2}{2}$; где $x_0 = R\cdot\sin a$,

где

$y_0 = R\cdot\cos a$, $v_0x = -v\cdot\cos a$, $v_0y = v\cdot\sin a$.

Т.е. $x = R\cdot\sin a - v\cdot\cos a\cdot t$ и $y = R\cdot\cos a + v\cdot\sin a\cdot t - g\cdot\frac{t^2}{2}$. В точке подвеса $x = 0$ и $y = 0$. Т.е. $0 = R\cdot\sin a - v\cdot\cos a\cdot t$ и $0 = R\cdot\cos a +$

$+ v \cdot \sin a \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$, поэтому $t = R \cdot \frac{\sin a}{v \cdot \cos a}$ и $0 = R \cdot v \cdot \cos a +$

$+ v \cdot \sin a \cdot R \cdot \frac{\sin a}{v \cdot \cos a} - g \cdot \frac{\left[\frac{R \cdot \sin a}{v \cdot \cos a}\right]^2}{2}$. В точке 2: $a_n = \frac{v_2}{R}$ и $a_n = g \cdot \cos a$, т.е.

$\frac{v_2}{R} = g \cdot \cos a$ или $v2 = g \cdot R \cdot \cos a$. Т.е. по оси ОУ:

$0 = R \cdot \cos a + R \cdot \frac{\sin^2 a}{\cos a} - g \cdot R \cdot \frac{\sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]} \sin^2 a$ или

$0 = R \cdot \cos a + R \cdot \frac{\sin^2 a}{\cos a} - R \cdot \frac{\sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot \cos a \cdot \cos^2 a]}$. Таким образом:

$0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot 2 \cdot \cos^2 a - \sin^2 a$ или $0 = 2 \cdot \cos^4 a +$ $+ \sin^2 a \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Т.к. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, то $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$, поэтому $0 = 2 \cdot \cos^4 a + (1 - \cos^2 a) \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим: $0 = 2 \cdot z^2 + (1 - z)(2 \cdot z - 1)$ или $0 = 3 \cdot z - 1$, т.е. $z = \frac{1}{3}$ или $\cos^2 a = \frac{1}{3}$, т.е. $\cos a = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3}$. Пусть масса материальной точки равна m. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1: $m \cdot \frac{{v_0}^2}{2} = m \cdot g \cdot H + m \cdot \frac{v_2}{2}$, т.е.

$\frac{{v_0}^2}{2} = g \cdot (R + R \cdot \cos a) + \frac{v_2}{2}$ или

${v_0}^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos a) + v_2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos a) + g \cdot R \cdot cos\, a =$

$= g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)$. Т.е. $v_0 = [g \cdot R \cdot (3 \cdot \cos a + 2)]^{\frac{1}{2}}$. Подставим численные значения: $v_0 = [10 \cdot 1 \cdot (\frac{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3} + 2)]^{\frac{1}{2}} = 6{,}1$ (м/с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v_0 = 6 м/с.

Ответ: v_0 = 6 м/с.

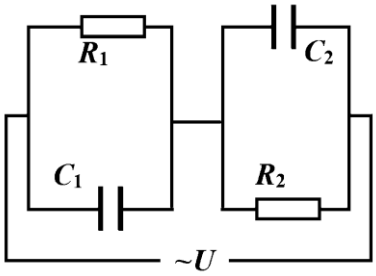
Задание №7

Дано: $\frac{g}{g_1} = 6{,}1$; $\frac{p_{низ}}{p_{верх}} = 5$; $\frac{\Delta p}{p} = 5\%$

Найти: $\frac{T_1}{T}$

Перевод исходных данных в СИ: $\frac{\Delta p}{p} = 5\% = 0{,}05$

Решение: Пусть T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu\cdot g\cdot h}{R\cdot T}$. В начале эта величина была равна $ln(1/5)$, потом $ln(0{,}95)$. Поэтому $\frac{\frac{g}{T}}{\frac{g_1}{T_1}} = \frac{l_n(\frac{1}{5})}{l_n(0{,}95)}$; откуда $\frac{T_1}{T} = \left(\frac{g_1}{g}\right)\cdot\left(\frac{l_n(\frac{1}{5})}{l_n(0{,}95)}\right)$. Подставляем в полученную формулу цифровые данные



$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{1}{6.1}\right)\cdot\left(\frac{-1{,}6094}{-0{,}051293}\right) = \left(\frac{1}{6.1}\right)\cdot 31{,}377 = 5{,}1438$

Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T}$=5.

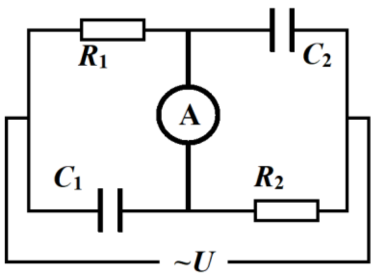
Ответ: $\frac{T_1}{T}$=5

Задание №8

Дано: U = 3,6 В; $\omega = 10^4$ с$^{-1}$; $R_2 = 30$ кОм; $R_2 = 50$ кОм; $C_1 = 2$ нФ; C_2 = 1 нФ

Найти: I

Перевод исходных данных в СИ: R_1 = 30 кОм = 30000 Ом; R_2 = 50 кОм = 50000 Ом; $C_1 = 2$ нФ = $2\cdot10^{-9}$ Ф; $C_2 = 1$ нФ = $1\cdot10^{-9}$ Ф



Решение: Сначала надо найти потенциал в месте расположения амперметра. Для этого мы его сначала уберём (т.к. его сопротивление равно 0), а затем преобразуем цепь как на рисунке. Итак, пусть полное напряжение цепи равно $U\cdot\sin\omega t$. Тогда напряжения на первом и втором участках можно записать как U_1=$A\cdot\sin\omega t + B\cdot\cos\omega t$; $U_2 = (U-A)\cdot\sin\omega t - B\cdot\cos\omega t,$ т.к. сумма напряжений на участках в любой момент равна полному напряжению.

Токи равны:

$$I_{R1} = (\frac{A}{R_1})\cdot\sin\omega t + (\frac{B}{R_1})\cdot\cos\omega t,$$

$I_{R2} = (\frac{U-A}{R_2} \cdot \sin \omega t - (\frac{B}{R_1}) \cdot \cos \omega t,$

$I_{c1} = -A \cdot \omega \cdot C_1 \cdot \cos \omega t + B \cdot \omega \cdot C_1 \cdot \sin \omega t,$

$I_{c2} = -(U - A) \cdot \omega \cdot C_2 \cdot \cos \omega t - B \cdot \omega \cdot C_2 \cdot \sin \omega t,$

Суммарный ток на 1-м участке равен суммарному току на 2-м участке, из чего мы находим *A* и *B*. Ток, идущий через амперметр равен $I_{c2} - I_{R1}$. Сначала находим коэффициенты *A* и *B*. *A* = 1,3139 и *B* = -0,064095. После этого вычисляем силу тока *I* = 0,000050987 А. Т.к. нужно выразить окончательный результат в мкА и округлить до целого числа, то получим *I* = 51 мкА.

Ответ: *I* = 51 мкА

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2022-2023 УЧ. ГОД
Краткие решения к заданиям очного тура
9-10 классы

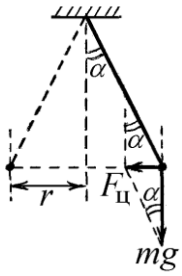
Вариант 2

Задание №1

Дано: l = 90 см (l = $const$); α = 70 градусов; g = 10 м/с^2; π = 3,14.

Найти: T

Перевод исходных данных в СИ: l = 90 см = 0,9 м; α = 70 градусов = $7\cdot\frac{\pi}{18}$ рад



Решение: Из рисунка видно, что величина центростремительного ускорения шарика равно $F_ц = m\cdot g\cdot tg\alpha$. Радиус орбиты, по которой вращается шарик, равен $r = l\cdot sin\alpha$. $F_ц = m\cdot a_ц = m\cdot\frac{v^2}{r}$, поэтому $m\cdot\frac{v^2}{r} = m\cdot g\cdot tg\alpha$, разделив обе части равенства на m получим $\frac{v^2}{l\cdot sin\alpha} = g\cdot tg\alpha,$ откуда $v^2 = l\cdot sin\alpha\cdot g\cdot tg\alpha$. Величина скорости шарика равна $v = (l\cdot sin\alpha\cdot g\cdot tg\alpha)^{\frac{1}{2}}$,

т.к. $tg\alpha = \frac{sin\alpha,}{cos\alpha}$, то $v = sin\alpha\cdot(\frac{l\cdot g}{cos\alpha})^{\frac{1}{2}}$. Длина окружности по которой вращается шарик равна $L = 2\cdot\pi\cdot r = 2\cdot\pi\cdot l\cdot sin\alpha.$ Период вращения шарика по окружности равен:

$$T = \frac{L}{v} = 2\cdot\pi\cdot l\cdot\frac{sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\left(\frac{l\cdot g}{cos\alpha}\right)^{\frac{1}{2}}} = 2\cdot\pi\cdot(\frac{l\cdot cos\alpha}{g})^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу исходные данные

$T = 2\cdot\pi\cdot(\frac{l\cdot cos\alpha}{g})^{\frac{1}{2}} = 2\cdot 3{,}14\cdot(0{,}9\cdot\frac{0{,}342}{10})^{\frac{1}{2}} = 1{,}10$ (с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому T = 1 с.

Ответ: T = 1 с

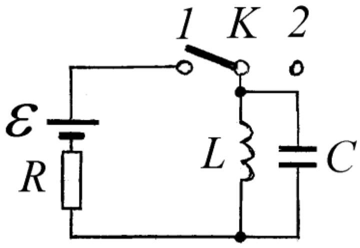
Ответ: 1 с

Задание №2

Дано: ε = 12 В; r = 0 Ом; R = 6 Ом; C = 100 мкФ; L = 10 мГн

Найти: U_C

Перевод исходных данных в СИ: C = 100 мкФ = 10^{-4} Ф; L = 10 мГн = 10^{-2} Гн



<u>Решение:</u> Когда ключ K находится в положении 1, то сила тока в цепи равна $I = \varepsilon/R$ = 12/6 = 2 (А). После переключения ключа K в положение 2 в колебательном контуре LC начнутся электромагнитные колебания. По закону сохранения энергии максимальная электрическая энергия равна максимальной магнитной энергии $W_{\text{электрическая}} = W_{\text{магнитная}}$, т.е. $C \cdot U_c{}^2/2 = L \cdot I^2/2$, таким образом $C \cdot U_c{}^2$ = = $L \cdot I^2$, поэтому

$$U_c = I \cdot (L/C)^{\frac{1}{2}}$$

подставляем в полученную формулу цифровые данные

$U_c = I \cdot (\frac{L}{C})^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot (\frac{10^{-2}}{10^{-4}})^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 10 = 20$ (В)

Полученный результат необходимо представить в виде целого числа, поэтому U_C = 20 В.

<u>Ответ:</u> U_C = 20 В

Задание №3
Дано: t_1 = 22 градуса Цельсия; t_2 = 37 градусов Цельсия; p_1 = 100000 Па; ρ = 1000 кг/м^3
Найти: v
Перевод исходных данных в СИ: t_1 = 22 градуса Цельсия = 295 К; t_2 = 37 градусов Цельсия = 310 К

Решение: Т.к. $\Delta p = \frac{\rho \cdot v^2}{2}$, то $v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}}$. Уравнение Менделеева-Клапейрона имеет вид $p \cdot V = (m/\mu) \cdot R \cdot T$. Объем, масса и молярная масса в данной задаче остаются постоянными, поэтому $p_2/p_1 = T_2/T_1$ и $p_2 = p_1 \cdot T_2/T_1 =$ $=100000 \cdot 310/295 = 105080$ (Па).

$\Delta p = p_2 - p_1 = 105080 - 100000 = 5080$ (Па). Таким образом $v = (2 \cdot \frac{\Delta p}{\rho})^{\frac{1}{2}} =$ $= (2 \cdot 5080/1000)^{1/2} = 3{,}19$ (м/с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому v = 3 м/с.

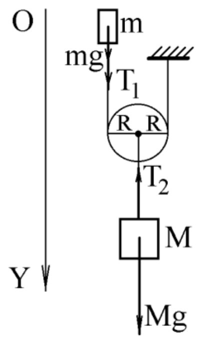
Ответ: v = 3 м/с

Задание №4
Дано: R_1 = 20 см; R_2 = 40 см; $q_1 = q_2 = q$ = 24 нКл.
Найти: Δq.
Перевод исходных данных в СИ: R_1 = 20 см = 0,2 м; R_2 = 40 см = 0,4 м; $q_1 = q_2$ = 24 нКл = $24 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Решение: Потенциалы шариков до соединения: $\varphi_1 = k \cdot q/R_1$ и $\varphi_2 = k \cdot q/R_2$, т.к. $R_1 < R_2$, то $\varphi_1 > \varphi_2$ и после соединения шариков длинным тонким проводником ток потечет от шарика 1 к шарику 2, а реальные заряды, т.е. электроны, будут двигаться от шарика 2 к шарику 1. Пусть $q_1°$ - заряд 1-го шарика после соединения, а $q_2°$ - заряд 2-го шарика после соединения. По закону сохранения заряда $q_1° + q_2° = 2 \cdot q$, поэтому $q_2° = 2 \cdot q - q_1°$.
Т.к. $\varphi_1° = \varphi_2°$, то $k \cdot q_1°/R_1 = k \cdot (2 \cdot q - q_1°)/R_2$, откуда $q_1° = 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2)$. Поэтому $\Delta q = q_1 - q_1° = q - 2 \cdot q \cdot R_1/(R_1 + R_2) = q \cdot (R_2 - R_1)/(R_2 + R_1)$. Подставим численные значения $\Delta q = 24 \cdot 10^{-9} \cdot (0{,}4 - 0{,}2)/(0{,}4 + 0{,}2) = 8 \cdot 10^{-9}$ (Кл) = 8 (нКл).

Ответ: Δq = 8 нКл.

Задание №5



Дано: m = 1 кг, M = 6 кг, g =10 м/с^2.

Найти: T.

Перевод исходных данных в СИ: все исходные данные уже в СИ.

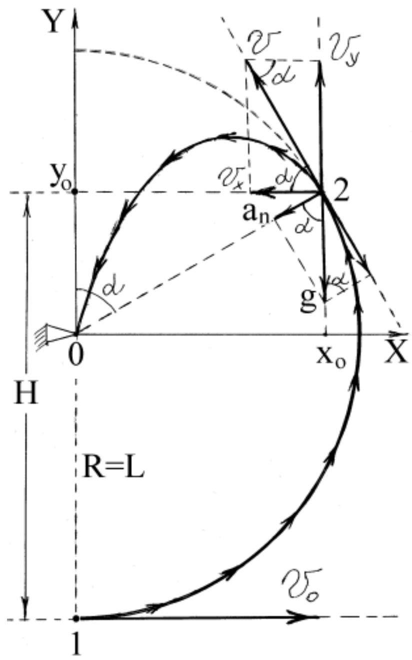
Решение: Пусть ось ОУ направлена вертикально вниз. По второму закону Ньютона для грузика m: $m \cdot g + T_1 = m \cdot a_1$. Для груза M: $M \cdot g$ - T_2 = $M \cdot a_2$. Пусть радиус невесомого блока равен R и ускорение блока (и груза M) равно a. Тогда a_2 = a и $a_1 = 2 \cdot a$. Пусть $T_1 = T$, тогда $T_2 = 2 \cdot T$. С учетом вышеизложенного уравнения для грузов примут вид: $m \cdot g + T = m \cdot 2 \cdot a$ и $M \cdot g - 2 \cdot T = M \cdot a$.

Из первого уравнения найдем $T = m \cdot 2 \cdot a - m \cdot g$ и подставим это выражение во второе уравнение $M \cdot g - 2 \cdot (m \cdot 2 \cdot a - - m \cdot g) = M \cdot a$, т.е. $a = g \cdot (M + 2 \cdot m)/(M + 4 \cdot m)$. Подставив полученное значение для a в первое уравнение, найдем выражение для натяжения нити $T = g \cdot M \cdot m/(M + + 4 \cdot m)$. Подставляем в полученную формулу для T исходные данные

$T = g \cdot M \cdot \frac{m}{M + 4 \cdot m} = 10 \cdot 6 \cdot 1/(6 + 4 \cdot 1) = 6$ (Н).

Ответ: T = 6 Н.

Задание №6
Дано: $L = 1$ м; $g = 10$ м/с^2; $m = 200$ г.
Найти: p_0.
Перевод исходных данных в СИ: $m = 200$ г $= 0{,}2$ кг.



Решение: Точка 1 – это начало траектории движения. Точка 2 – это конец движения по окружности и начало движения по параболе. $L = R$ – это радиус траектории движения в начале движения. О – точка подвеса и начало осей ОХ и ОУ. x_0 – координата по оси ОХ точки 2, y_0 – координата по оси ОУ точки 2. Пусть в точке 2 величина скорости равна v, т.к. после точки 2 ускорение постоянное, то: $x = x_0 + + v_{0x} \cdot t + a_x \cdot \frac{t^2}{2}$ и $y = y_0 + v_{0y} \cdot t + a_y \cdot \frac{t^2}{2}$; где $x_0 = R \cdot sina$, $y_0 = R \cdot cosa$, $v_{0x} = -v \cdot cosa, v_{0y} = v \cdot sina$. Т.е. $x = R \cdot sina - -v \cdot cosa \cdot t$ и $y = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$. В точке подвеса $x = 0$ и $y = 0$. Т.е. $0 = R \cdot sina - -v \cdot cosa \cdot t$ и $0 = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$, поэтому $t = \frac{R \cdot sina}{(v \cdot cosa)}$ и $0 = R \cdot cosa + v \cdot sina \cdot R \cdot \frac{sina}{v \cdot cosa} - - \frac{g \cdot [R \cdot sina/(v \cdot cosa)]^2}{2}$. В точке 2: $a_n = \frac{v^2}{R}$ и $a_n = g \cdot cosa$, т.е. $\frac{v^2}{R} = g \cdot cosa$ или $v^2 = g \cdot R \cdot cosa$. Т.е. по оси ОУ: $0 = R \cdot cosa + R \cdot \frac{\sin^2 a}{cosa} - - \frac{g \cdot R^2 \cdot \sin^2 a}{[2 \cdot g \cdot R \cdot cosa \cdot \cos^2 a]}$ или $0 = R \cdot cosa + R \cdot \frac{\sin^2 a}{cosa} - \frac{R \cdot \sin^2 a}{[2 \cdot cosa \cdot \cos^2 a]}$. Таким образом: $0 = 2 \cdot \cos^4 a + \sin^2 a \cdot 2 \cdot \cos^2 a - \sin^2 a$ или $0 = 2 \cdot \cos^4 a + + \sin^2 a \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Т.к. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$, то $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a$, поэтому $0 = 2 \cdot \cos^4 a + (1 - \cos^2 a) \cdot (2 \cdot \cos^2 a - 1)$. Если заменим $\cos^2 a$ на z, то получим: $0 = 2 \cdot z^2 + (1 - z)(2 \cdot z - 1)$ или $0 = 3 \cdot z - 1$, т.е. $z = = 1/3$ или $\cos^2 a = 1/3$, т.е. $cosa = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3}$. Пусть масса материальной точки равна m. В точке 2 сумма кинетической и потенциальной энергий материальной точки равна кинетической энергии в точке 1: $m \cdot \frac{v_0^2}{2} = m \cdot g \cdot H + m \cdot \frac{v^2}{2}$, т.е. $\frac{v_0^2}{2} = g \cdot (R + R \cdot cosa) + \frac{v^2}{2}$ или $v_0^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + cosa) + v^2 = 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + cosa) + g \cdot R \cdot cosa = g \cdot R \cdot (3 \cdot cosa + 2)$.

Т.е. $v_0 = [g \cdot R \cdot (3 \cdot cosa + 2)]^{\frac{1}{2}}$.

Подставим численные значения: $v_0 = [10 \cdot 1 \cdot (\frac{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3} + 2)]^{\frac{1}{2}} = 6{,}1$ (м/с). Величина начального импульса шарика равна $p_0 = m \cdot v_0 = 0{,}2 \cdot 6{,}1 = 1{,}22$ (кг·м/с). Округлить результат необходимо до целого числа, поэтому $p_0 = 1$ кг·м/с.

Ответ: $p_0 = 1$ кг·м/с.

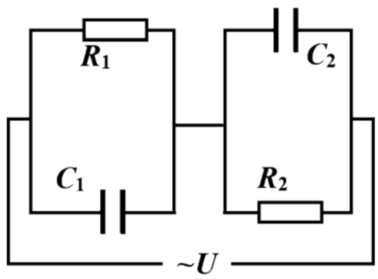
Задание №7

Дано: $g/g_1 = 6{,}1$; $p_{низ}/p_{верх} = 5$; $\Delta p/p = 5\%$

Найти: T_1/T

Перевод исходных данных в СИ: $\Delta p/p = 5\% = 0{,}05$

Решение: Введем следующие обозначения T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu \cdot g \cdot h}{(R \cdot T)}$. В начале эта величина была равна $ln(\frac{1}{5})$, потом $ln(0{,}95)$. Поэтому $\frac{(g/T)}{(g_1/T_1)} = \frac{ln(1/5)}{ln(0{,}95)}$;



откуда $\frac{T_1}{T} = (g_1/g) \cdot (\frac{ln(1/5)}{ln(0{,}95)})$).

Подставляем в полученную формулу цифровые данные

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{g_1}{g}\right) \cdot (\frac{\ln(0{,}2)}{\ln(0{,}95)})) = (\frac{1}{6{,}1}) \cdot (-1{,}6094/-0{,}051293) == (\frac{1}{6{,}1}) \cdot 31{,}377 = 5{,}1438$$

Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T}$=5.

Ответ: $\frac{T_1}{T}$=5.

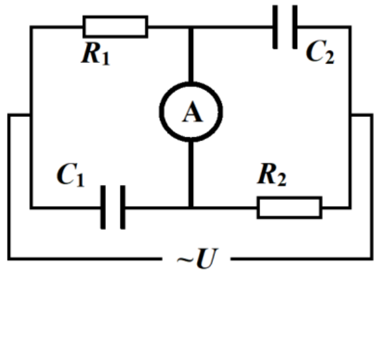
Задание №8

Дано: $U = 3{,}6$ В; $\omega = 10^4$ с$^{-1}$; $R_1 = 50$ кОм; $R_2 = 20$ кОм; $C_1 = 3$ нФ; $C_2 = 1$ нФ

Найти: I

Перевод исходных данных в СИ: $R_1 = 50$ кОм = 50000 Ом; $R_2 = 20$ кОм = 20000 Ом; $C_1 = 3$ нФ = $3 \cdot 10^{-9}$ Ф; $C_2 = 1$ нФ = $1 \cdot 10^{-9}$ Ф

Решение: Сначала надо найти потенциал в месте расположения амперметра. Для этого мы его сначала уберём (т.к. его сопротивление равно 0), а затем преобразуем цепь как на рисунке. Итак, пусть полное напряжение цепи равно $U \cdot sin\omega t$. Тогда напряжения на первом и втором участках можно записать как



$U_1 = A \cdot sin\omega t + B \cdot cos\omega t;$ $U_2 = (U - A) \cdot sin\omega t - B \cdot cos\omega t,$ т.к. сумма напряжений на участках в любой момент равна полному напряжению.
Токи равны:

$$IR_1 = \left(\frac{A}{R_1}\right) \cdot sin\omega t + \left(\frac{B}{R_1}\right) \cdot cos\omega t,$$

$$IR_2 = \left(\frac{U - A}{R_2}\right) \cdot sin\omega t - \left(\frac{B}{R_2}\right) \cdot cos\omega t,$$

$$IC_1 = -A \cdot \omega \cdot C_1 \cdot cos\omega t + B \cdot \omega \cdot C_1 \cdot sin\omega t,$$

$$IC_2 = -(U - A) \cdot \omega \cdot C_2 \cdot cos\omega t - B \cdot \omega \cdot C_2 \cdot sin\omega t.$$

Суммарный ток на 1-м участке равен суммарному току на 2-м участке, из чего мы находим A и B. Ток, идущий через амперметр равен $I_{C2} - I_{R1}$. Сначала находим коэффициенты A и B. A = 2,16 и B = -0,720. После этого вычисляем силу тока I = 0,000058048 А. Т.к. нужно выразить окончательный результат в мкА и округлить до целого числа, то получим I = 58 мкА.

<u>Ответ:</u> I = 58 мкА